A CONSTRUÇÃO DA ESTRUTURA MULTIPLICATIVA: IMPLICAÇÕES PEDAGÓGICAS

Ana Cristina Souza Rangel

Muitos professores acreditam que a multiplicação é uma forma mais rápida e simplificada para realizar a adição de parcelas iguais. No entanto, a partir de estudos de Jean Piaget (1983/1987) e colaboradores[1], há um consenso de que a multiplicação não decorre diretamente da adição repetida, pois essa operação representa uma transformação qualitativa no raciocínio infantil. Inicialmente, as crianças resolvem situações multiplicativas como adições sucessivas, mas não conseguem traduzi-las na forma de uma sentença multiplicativa, nem tampouco interpretar essa sentença. Iremos ilustrar essa questão com um exemplo. Propõe-se que as crianças resolvam a situação: ***Eram 4 caixas com 5 pirulitos em cada uma. Quantas pirulitos, ao todo, havia nas caixas?*** Poderemos classificar as condutas das crianças em três grupos:

(Grupo A) - Crianças que realizam uma "assimilação deformante", inserindo, de forma equivocada, o contexto à adição de duas parcelas: 4 + 5 = 9

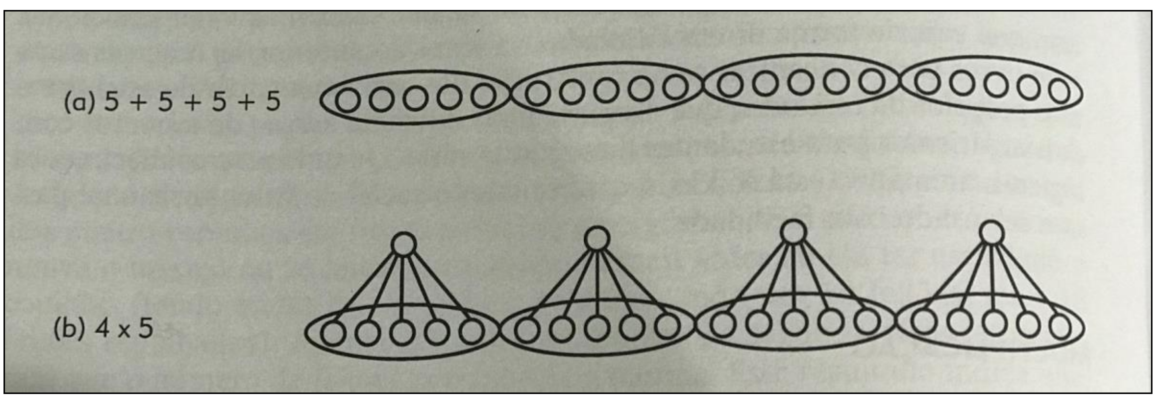
(Grupo B) - Crianças que resolvem a situação pelo registro de adição repetida: 5 + 5 + 5 + 5 = 10 + 10 =20

(Grupo C) – Crianças que interpretam a situação pelo raciocínio multiplicativo, registrando: 4 X 5 = 20.

Se solicitarmos, oralmente, para uma criança do **grupo B**, que calcule quanto é três vezes o cinco, ela poderá responder, pensando em 3 mais 5 e dirá: _*oito*. A mesma dificuldade terá para ler e compreender a sentença escrita: 3X5 (poderá pensar em 3 mais 5). No entanto, ela saberia calcular 5 + 5 + 5!

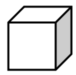
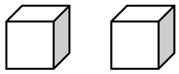
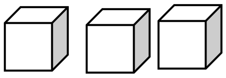
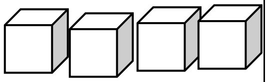
Quando a criança adiciona, ela opera sobre unidades (**1**) de mesma natureza: 5 pirulitos, mais 5 pirulitos, mais 5 pirulitos, mais 5 pirulitos, é igual a 20 pirulitos. Todos são pirulitos e, 5 é igual a 5 *uns* pirulitos; 20 é igual a 20 *uns* pirulitos. Segundo Kamii (2005), para multiplicar, a criança precisa operar com quantidades que se relacionam pela inclusão hierárquica, para tanto, além de pensar que 5 é igual a *cinco uns,* precisará compreender que cinco uns é igual a *uma vez o cinco* (5 X 1 = 1 x 5).

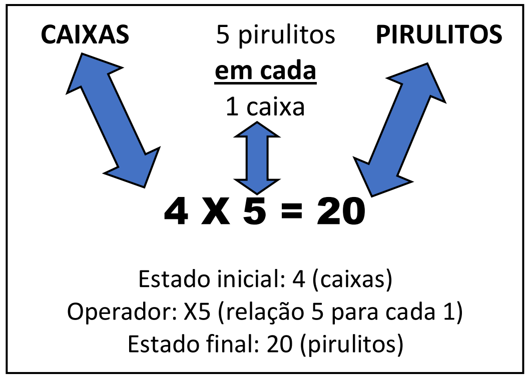
Figura 1: diferença entre a adição e a multiplicação (Kamii, 2005, p.66)



A multiplicação opera na correspondência ***um para muitos.*** No exemplo proposto, essa correspondência é explicitada em ***1 caixa para 5 pirulitos***. Para pensar de forma multiplicativa é preciso relacionar duas quantidades de natureza diferentes (caixas x pirulitos), mantendo entre elas uma relação constante ***(5 pirulitos em cada caixa***).

[1] De acordo com Nunes (1997), os estudos de Piaget, Grize, Szeminska e Bangh (1977), confirmam mudanças qualitativas no raciocínio multiplicativo, quando comparado ao aditivo. Kamii e Clark (1996) também confirmam, em seus estudos junto a crianças, a diferenciação entre a adição de parcelas iguais e a multiplicação.

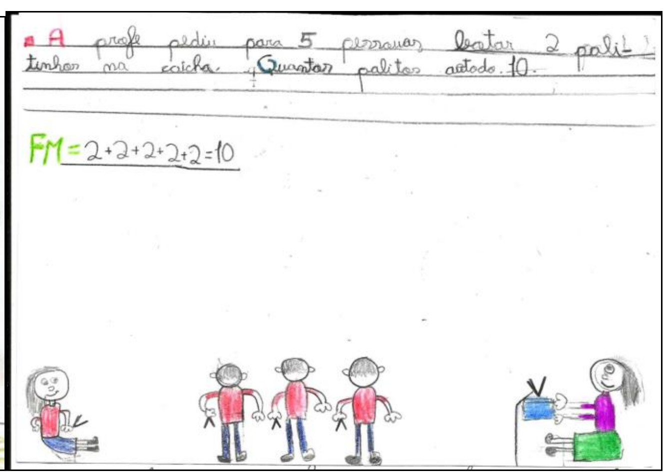
	5 pirulitos
	10 pirulitos
	15 pirulitos
	20 pirulitos



Do ponto de vista conceitual, existe uma diferença significativa entre adição e multiplicação — ou, de maneira mais ampla, entre o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo. O raciocínio aditivo refere-se a situações que podem ser analisadas a partir de um axioma básico: o todo é igual à soma das partes. Essa afirmativa resume a essência do raciocínio aditivo. Se queremos saber qual o valor do todo, somamos as partes; se queremos saber o valor de uma parte, subtraímos a outra parte do todo; se queremos comparar duas quantidades, analisamos que parte da maior quantidade sobra se retiramos dela uma quantia equivalente à outra parte. Por essa razão, diz-se que o invariante conceituai do raciocínio aditivo é a relação parte-todo. Em contraste, o invariante conceituai do raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis (ou duas grandezas ou quantidades). Qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si. (NUNES E BRYANT, 1997, P.141

Uma das implicações educacionais acerca desses dados, é que, inicialmente, podemos encorajar a criança a realizar, adições repetidas, quando ela se depara com situações-problemas de natureza multiplicativa e, progressivamente, desafiá-la a reinterpretar esses contextos, para que estabeleça novas relações entre os dados numéricos e verbalize as relações multiplicativas. Assim, será capaz de registrar, posteriormente, com significação, a notação matemática com o uso do sinal (X), pois terá desenvolvido uma nova forma de raciocinar, que a permite compreender a relação constante que transforma um estado em outro (no exemplo discutido, a relação constante ***5 para cada um***, que transforma o nº de caixas, na quantidade total de pirulitos).

Nesse sentido, uma proposta interessante foi realizada pela professora Emili Passos Araújo com seus alunos de 2º ano. Antes de introduzir o trabalho mais formal com a multiplicação, ela solicitou que cinco crianças colocassem, de cada vez, dois palitos em uma caixa. Todos observavam em silêncio as orientações da professora. Depois que os cinco alunos guardaram, na sua vez, dois palitos na caixa, ela desafiou o grupo a descobrir quantos palitos foram guardados, ao todo. Mas, eles não deveriam falar, apenas registrar, explicando como fizeram a descoberta e elaborando uma frase matemática (F.M.). Abaixo estão os registros de duas crianças que representaram a situação, recorrendo à linguagem escrita, desenhos e notação matemática (adição de parcelas iguais 2 + 2 + 2 + 2 + 2 =10).

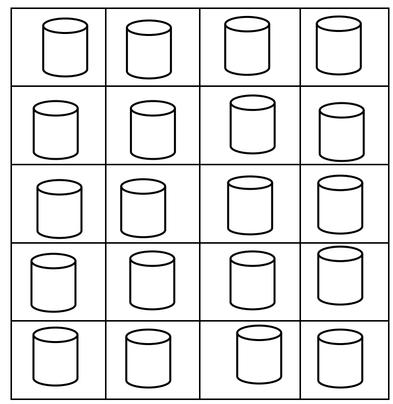


Após a socialização das produções das crianças no grupo, a professora ainda as encorajou a responderem oralmente algumas perguntas para favorecer o raciocínio multiplicativo: *Quantas crianças guardaram os palitos na caixa?* – Cinco. *Quantos palitos, na sua vez, cada um guardou na caixa?* – Dois. *Quantas vezes 2 palitos foram guardados na caixa?* – Cinco vezes. *Podemos dizer que se guardamos cinco vezes dois palitos ficam dez palitos na caixa? – Sim. Podemos dizer que cinco vezes o 2 dá 10? – Sim! Por que vocês contaram cinco vezes o dois?* _ Porque foram 5 crianças e cada uma guardou 2 palitos.

A relação um para muitos, como uma constante, em situações multiplicativas, irá se revestir de diferentes significações, dentre elas:

1. MULTIPLICAÇÃO COM SIGNIFICADO DE PROPORCIONALIDADE. (se uma bicicleta tem duas rodas, quantas rodas terão 7 bicicletas? Se cada vaso tem 10 flores, quantas flores terão 3 vasos, e 9 vasos? Se uma mão tem 5 dedos, quantos dedos têm 6 mãos?)

2. MULTIPLICAÇÃO QUE EXPLORAM OS CONCEITOS DE DOBRO, TRIPLO, QUÁDRUPLO (...).



3. MULTIPLICAÇÃO NOS ARRANJOS RETANGULARES

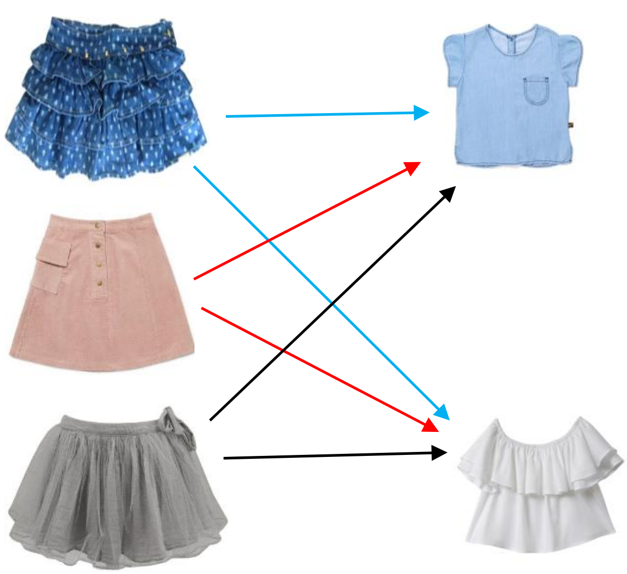
   Exemplo: *Os copos estão dispostos em uma caixa em 5 linhas e 4 colunas, quantas copos tem a caixa?* Neste caso a relação constante será 4 copos em cada linha, ou 5 copos em cada coluna. A multiplicação traduz, com eficiência, a propriedade comutativa nos arranjos ou figuras retangulares:

   5 x 4 = 4 x 5 = 20.

   Este significado geométrico da multiplicação é a base para o trabalho com medida de superfície (área)

4. MULTIPLICAÇÃO COM SIGNIFICADO PROBABILÍSTICO.

   Luísa tem 3 blusas e 2 saias que ela gosta muito de usar. Quantas combinações diferentes ela pode produzir com essas saias e blusas preferidas? _ Seis. *3 x 2 = 6.*



Observa-se que esses diferentes significados da multiplicação possuem níveis crescentes de complexidade e todos precisam ser trabalhados com as crianças dos anos iniciais, de forma progressiva, em contextos carregados de sentido em suas vidas.

Outra questão que constantemente colocada pelos professores diz respeito à decisão sobre qual é a melhor forma de construir a tabuada para sistematizar o trabalho com a multiplicação, pois existem duas formas de organizá-la, uma que fixa o multiplicando e outra que fixa o multiplicador.

As duas formas de organizar a tabuada da multiplicação por 2

Significado de proporcionalidade: Multiplicando constante

São 6 bicicletas com duas rodas em cada uma...

2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12
6 x 2 = 12

2 multiplicando
X 6 multiplicador
12 produto

Lei do 2		
1	**X 2**	= 2
2	**X 2**	= 4
3	**X 2**	= 6
4	**X 2**	= 8
5	**X 2**	= 10
6	**X 2**	= 12
7	**X 2**	= 14
8	**X 2**	= 16
9	**X 2**	= 18
10	**X 2**	= 20

≠

Dobro de um nº		
2	**X 1**	= 2
2	**X 2**	= 4
2	**X 3**	= 6
2	**X 4**	= 8
2	**X 5**	= 10
2	**X 6**	= 12
2	**X 7**	= 14
2	**X 8**	= 16
2	**X 9**	= 18
2	**X 10**	= 20

Significado de adição de parcelas iguais Multiplicador constante

O dobro de 6 é 12.

6 + 6 = 12
2 x 6 = 12

6 multiplicando
X 2 multiplicador
12 produto

É aconselhável iniciar o trabalho em contextos realistas que mobilizem a criança a refletir sobre as relações multiplicativas, para que se favoreça o desenvolvimento de seu raciocínio. Nesse sentido, estabelecer a correspondência ***um para muito***s em contextos que remetem à proporcionalidade é o mais adequado. As tabuadas das ***Leis*** definem qual será a relação fixa que será estabelecida entre duas variáveis (no exemplo acima: ***duas rodas em cada bicicleta***).

Quando as crianças ampliam o campo numérico, é comum as observarmos contando de 2 em 2 e contando de 10 em 10. Depois que aprendem a contar de 10 em 10, descobrem a regularidade da contagem de 5 em 5. Sabemos que, para multiplicar, a criança precisa transformar o esquema de contagem de um em um e aprender a contar grupos de iguais. Portanto, será mais favorável ao desenvolvimento da criança, sistematizarmos o trabalho com a tabuada da multiplicação pelas leis do 2 e do 10, depois pela lei do 5, do 4 e do 3 (2º, ou 3º ano). No próximo ano de estudo se ampliaria o trabalho para as outras leis.

É preciso que a continuidade do trabalho assegure que os significados da multiplicação sejam ampliados para além da proporcionalidade. No estudo da multiplicação, a criança precisará ser desafiada a descobrir regularidades dessa operação (suas propriedades), e, assim, desenvolver estratégias de cálculo multiplicativo. Essa questões estão sendo defendidas pela atual BNCC - Base Nacional Curricular Comum (ver quadros abaixo sobre a unidade temática Números para o 3º ano e 4º anos).

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES **3º ano**
Números	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de quatro ordens	(EF03MA01) Ler, escrever e comparar números naturais de até a ordem de unidade de milhar, estabelecendo relações entre os registros numéricos e em língua materna.
	Composição e decomposição de números naturais	(EF03MA02) Identificar características do sistema de numeração decimal, utilizando a composição e a decomposição de nº natural de até quatro ordens.
	Construção de fatos fundamentais da adição, subtração e multiplicação Reta numérica	(EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito. (EF03MA04) Estabelecer a relação entre nº naturais e pontos da reta numérica para utilizá-la na ordenação dos nº naturais e também na construção de fatos da adição e da subtração, relacionando-os com deslocamentos para a direita ou para a esquerda.
	Procedimentos de cálculo (mental e escrito) com números naturais: adição e subtração	(EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito, inclusive os convencionais, para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais.
	Problemas envolvendo significados da adição e da subtração: juntar, acrescentar, separar, retirar, **comparar e completar quantidades**	(EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, **comparar e completar quantidades**, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental.
	Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, repartição em partes iguais e medida	(EF03MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros. (EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição **equitativa e de medida**, por meio de estratégias e registros pessoais.
	Significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte	(EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes.

DESCOBERTA DE REGULARIDADES NOS MÚLTIPLOS DE 8

+ 8

+ 40

0	8	16	24	32
40	48	56	64	72
80	88	96	104	112
120	128	136	144	152

ANO	UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
4º ano	ÁLGEBRA	SEQUÊNCIA NUMÉRICA RECURSIVA FORMADA POR MÚLTIPLO DE UM NÚMERO NATURAL	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural

Na atividade abaixo, explorando o significado geométrico (retangular) da multiplicação, as crianças tomaram a linha preta para delimitar a base de quadrados. Solicitamos, inicialmente, que dispusessem 3 quadradinhos sobre a base (linha preta) e que construissem um quadrado que tivesse essa base 3. Elas se deram conta de que teriam que dispor três linhas com 3 quadradinhos para formar o quadrado solicitado, já que a altura teria que ter a mesma medida da base e que o quadrado ficaria com 9 quadradinhos, pois 3 x 3 = 9. A parir daí, elas foram formando quadrados de base 4, 5, 6, 7, 8, 9, e 10. A foto registra a produção dos quadrados de base 7, 9 e 10.

FOTO: oficina realizada no Núcleo de Apoio Educacional da Escola de Arte Mosaika.

Esse texto teve como intencionalidade colaborar com os educadores para que compreendam que multiplicar não significa "decorar tabuadas" e que é preciso valorizar a atividade da criança, quando ela recorre a adições sucessivas para calcular uma situação multiplicativa. No entanto, para desenvolver o raciocínio multiplicativo, é necessário que a criança pense além do esquema aditivo, pois precisa construir os vários significados da multiplicação, em diferentes contextos, e ser desafiada a descobrir suas regularidades (suas propriedades). Assim, terá êxito em desenvolver estratégias de cálculo e aprender os algoritmos da multiplicação com números maiores.

Na pasta MULTIPLICAÇÃO, do site **matematicadaminhavida.com** você encontrará diversas sequências didáticas e atividades voltadas para um trabalho contextualizado, lúdico e favorecedor do desenvolvimento da estrutura multiplicativa pela criança.

REFERÊNCIAS:

KAMII, Constance e JOSEPH, Linda L. **Crianças Pequenas Continuam Reinventando a Aritmética**: séries iniciais – Implicações da Teoria de Piaget. Porto Alegre: Artmed, 2005.

NUNES, Terezinha e BRYANT, Peter. **Crianças Fazendo Matemática**. Porto Alegre, Artes Médicas, 1997.