

**A CONSTRUÇÃO DA DIVISÃO NOS ANOS INICIAIS EM SEUS DOIS SIGNIFICADOS: MEDIDA E PARTILHA**

A divisão possui dois significados distintos e complementares. Quando **repartimos igualmente** um total entre determinados sujeitos/ objetos e queremos saber quanto cada um receberá estamos explorando o significado da **PARTILHA**. Porém, quando **dividimos um total em grupos que possuem a mesma quantidade** e queremos saber quantos grupos serão formados, estamos diante do significado da divisão **MEDIDA** ou por **QUOTAS**<sup>1</sup>.

**Qual a implicação da diferenciação entre os dois significados da divisão, para a aprendizagem das crianças e a organização da ação docente?**

É necessário que os educadores reconheçam esta diferenciação para delimitar como e quando irão introduzir a divisão nas atividades escolares junto aos seus alunos, na perspectiva da formalização da notação operatória. Para tanto, devem ponderar: *Qual significado da divisão é o mais apropriado para introduzir a notação da nova operação? Qual deles representa a relação inversa direta à multiplicação?*

Se nossa intencionalidade é favorecer a reversibilidade do pensamento da criança, para que ela considere a divisão como operação inversa à multiplicação (o que a multiplicação faz, a divisão desfaz), observa-se que o significado **MEDIDA** é o mais apropriado para representar esse processo.

Para tornar mais claro esse argumento, vamos analisar a multiplicação com significado de proporcionalidade, no exemplo abaixo, para refletirmos sobre a natureza de sua operação inversa.

**Lei: SÃO 5 FLORES EM CADA VASO.**

Nº DE VASOS	TOTAL DE FLORES
	5
	10
	15
	20

Destacamos que, tanto a multiplicação quanto a divisão, irão se constituir na relação **um para muitos** e não mais na relação biunívoca e recíproca *um para cada um*. Nesse exemplo, a relação **um para muitos** está explícita na lei: *5 flores para cada 1 vaso*. A lei é uma relação constante entre flores e vasos, enquanto o nº de vasos e o de flores são números variáveis.

Deste exemplo, iremos considerar a situação:

*Tenho 4 vasos e quero colocar 5 flores em cada vaso, quantas flores irei precisar?* **4 x 5 = 20 flores**

Para desfazer o que a multiplicação fez (operação inversa) teríamos que propor a seguinte divisão:

*Vou dividir 20 flores em grupos de 5, e colocar em cada vaso 5 flores, quantos vasos irei ocupar?*

**20 : 5 = 4 vasos.** Ou seja: Se **4 X 5 = 20**, então **20: 5 = 4**, onde:

- O nº **4** representa um estado que pode variar (**nº de vasos**) - tanto na multiplicação, quanto na divisão.
- O nº **20** representa um estado que pode variar (**nº de flores**) - tanto na multiplicação, quanto na divisão
- O operador **x5** representa uma relação constante (LEI) entre flores e vasos (**5 flores em cada vaso**)
- O operador **:5** representa uma relação constante (LEI) entre vasos e flores (**1 vaso para cada 5 flores**).

<sup>1</sup> Divisão quotitativa – termo empregado por Constance Kamii (p.68).

KAMII, Constance e JOSEPH, Linda L. **Crianças Pequenas Continuam Reinventando a Aritmética**: séries iniciais – Implicações da Teoria de Piaget. Porto Alegre: Artmed, 2005.

A divisão com o significado de **PARTILHA** não representa a operação **inversa direta** à multiplicação. Vejamos o que muda, considerando o mesmo contexto do exemplo acima, que relaciona flores e vasos. Para a mesma divisão  $20 : 5 = 4$ , a proposta seria:

Tenho 20 flores e quero **reparti-las, igualmente**, entre 5 vasos. Quantas flores irei colocar em cada vaso?

Neste caso, em  $20 : 5 = 4$ , temos:

- O nº **20** (dividendo) representa um estado – **nº de flores**;
- O nº **5** (divisor) representa um estado – **nº de vasos**
- O resultado **4** (quociente) é uma relação entre flores e vaso (**4 flores em cada vaso**).

Vejam que a lei (relação entre flores e vaso), na divisão com significado de partilha, passa a ser o resultado da divisão e não o divisor (operador).



DIVISÃO MEDIDA	DIVISÃO PARTILHA
<p>Vou dividir 20 flores <b>em grupos de 5</b>, e colocar em cada vaso um grupo de 5 flores, quantos vasos irei ocupar? Irei ocupar <b>4 vasos!</b></p>  <p><math>5 + 5 + 5 + 5 = 20</math></p> <p><math>4 \times 5 = 20</math></p> <p>vasos      flores</p> <p>← inversa</p> <p><math>20 : 5 = 4</math></p> <p>flores      cada vaso      vasos</p> <p>com 5 flores</p>	<p>Tenho 20 flores e quero <b>reparti-las, igualmente, entre 5 vasos</b>. Quantas flores irei colocar em cada vaso? Serão colocadas <b>4 flores em cada vaso</b>.</p>  <p><math>4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20</math></p> <p><math>5 \times 4 = 20</math></p> <p><math>20 : 5 = 4</math></p> <p>flores      vasos      4 flores em cada vaso</p>

Figura 2: Ilustração da diferenciação entre os significados de medida e partilha na divisão e sua relação com a multiplicação:

Destacamos que diversos conceitos trabalhados, nos programas escolares, dependem da divisão com significado de **MEDIDA**:

- Para compreender o **valor posicional da escrita numérica e as regularidades do sistema decimal**, as crianças precisam **dividir um determinado total em grupos de dez**, e analisar quantos grupos de 10 formaram e quantos restaram. Ex.:  $43 : 10 = 4$  dezenas e restam 3 unidades.
- Para aprender **números pares e ímpares**, as crianças precisam dividir as quantidades em grupinhos de dois e verificar se a divisão fica exata (nº par) ou inexata (nº ímpar);
- Na aprendizagem da leitura e do registro da medida de tempo em horas e **minutos**, nos relógios analógicos, as crianças precisam **dividir as quantidades dos minutos em grupos de 5** para localizar a posição do ponteiro maior. Ou seja, para representar 3h e 45 minutos, a criança deverá dividir 45 em grupos de 5 e, ao obter 9 grupos, saberá que o ponteiro maior, quando aponta para o nº 9, indica 45 minutos.
- Mais adiante, para aprender a **divisão com dois algarismos no divisor**, o significado relacionado à MEDIDA será o apoio para a resolução dos cálculos. Exemplo, para saber quanto é  $168 : 14$ , precisará pensar sobre quantas vezes o 14 *cabem dentro* do 168 (sentido da MEDIDA – contar de 14

em 14, formar grupos de 14). Poderia dividir por estimativa: *Sei que  $10 \times 14 = 140$ , para 168, ainda faltam 28. Em 28, posso realizar mais 2 grupos de 14, logo:  $168 : 14 = 10 + 2 = 12!$*

- No 5º ano, quando o estudante for realizar a **divisão entre nªs decimais**, será pelo significado MEDIDA que dará sentido à divisão. Por exemplo, pensando no sistema monetário o que significaria:  $2,00 : 0,25$ ? Seria o mesmo que questionar: *Quantas moedas de 25 centavos formam 2 reais?* Para solucionar, convém eliminarmos as vírgulas, deixando os dois termos com a mesma natureza, ou seja, teríamos que transformar 2 reais em 200 centavos e realizar a divisão entre centavos, **200 centavos : 25 centavos = 4 moedas**. Neste caso, a criança irá constatar que, entre decimais, o quociente pode ser maior que o dividendo  $2,00 : 0,25 = 4$
- ...

Observem que o significado da divisão **MEDIDA** atravessa conceitos necessários ao longo dos anos iniciais e, algumas dessas aprendizagens são realizadas no início da escolaridade das crianças – geralmente trabalhadas no 2º ano, ou 3º ano -. Por esses motivos e, pelo fato da operação inversa direta da multiplicação ter o significado de medida, defendemos que, após a formalização da multiplicação com o significado de proporcionalidade, explorando as leis do X2, X10, X5, X4 e X3, a divisão seja introduzida como a operação inversa à multiplicação, através de situações problemas, jogos e desafios que se estruturam em torno da significação MEDIDA. Logo a seguir, em um próximo ano letivo, novas leis da multiplicação deverão ser sistematizadas (X6; X9; X8; X7) e a divisão deverá ser trabalhada também com o significado de PARTILHA para que o estudante construa os dois significados dessa operação, diferenciando-os e articulando-os.

### UMA PROPOSTA PARA INTRODUIZIR O TRABALHO COM A DIVISÃO

A divisão pode e deve ser introduzida já no 1º ano do Ensino Fundamental, por meio de situações problemas contextualizadas e de dinâmicas de jogos sem a exigência da formalização da notação operatória.

Assim, ao se organizarem em duplas, ou trios, ou quartetos, para a realização de uma determinada atividade, as crianças irão vivenciar, empiricamente, ações relacionadas à divisão com significação de **medida**. Convém, nessas atividades, que as crianças sejam convocadas a interpretar suas ações verbalizando as relações que estabeleceram e a registrarem os agrupamentos, sempre que possível, pela adição e sem a necessidade da formalização da notação da divisão.

Da mesma forma, ao distribuírem igualmente, diferentes recursos - por exemplo: palitos de picolé - para produzirem construções, ou ao repartirem igualmente um pacote de bolachas entre os componentes do grupo, as crianças estão vivenciando situações empíricas relacionadas à divisão com significação de **partilha**.

O professor pode também propor pequenos problemas de enredo que envolvem a divisão para as crianças resolverem por meio de desenhos e de registros de frases matemáticas da adição, ou da multiplicação ainda sem a formalização da divisão. Por exemplo:

#### 1. Divisão empírica com significado de medida

Pedro possuía 15 bolinhas de gude e resolveu dividi-las, colocando em cada saco 5 bolinhas. Desenhe e as 15 bolinhas em grupinhos de 5 e responda: *Quantos sacos ele utilizou para guardar suas bolinhas de gude?* \_\_\_\_\_

**Desenhe e mostre como você calculou:**

Tia Rosa tinha 12 lápis e os dividiu em grupos de 3. Ela deu para cada sobrinho um grupo de 3 lápis. Quantos sobrinhos de tia Rosa receberam esses lápis? \_\_\_\_\_

**Desenhe e mostre como você calculou:**

## 2. Divisão empírica com o significado de Partilha

Mamãe ganhou 14 flores e resolveu dividi-las igualmente entre dois vasos. Quantas flores ela irá colocar em cada vaso?

**Desenhe e mostre como você calculou:**

Papai tinha 8 moedas de 1 real e as dividiu igualmente, entre seus 4 filhos. Quantas moedas cada filho ganhou?

**Desenhe e mostre como você calculou:**

Para calcular as situações propostas, as crianças poderiam utilizar tampinhas - que **representariam** as bolinhas de gude, os lápis, as flores, ou as moedas de 1 real. Afinal, o significado da palavra **cálculo** é pedras (por isso *cálculo* renal, significa *pedras* nos rins). Nesse sentido, se foi útil para a humanidade o uso de pedras, na origem do desenvolvimento da Matemática, para as crianças também será útil recorrer a pedras (tampinhas de garrafas PET, ou outro material de contagem) para a realização de seus primeiros cálculos. É conveniente que, inicialmente, essas situações sejam apresentadas para a turma oralmente. E as crianças ao realizarem o cálculo, representando a situação com o uso do material manipulativo, sejam encorajadas a interpretar e explicar a solução oralmente.

Após essas simulações, as propostas escritas poderão ser solucionadas ainda com o apoio em materiais concretos, mas já com o emprego de desenhos e registro de operações que as crianças conhecem, sem a necessidade da formalização da divisão. Por exemplo, no 1º problema das 15 bolinhas de gude que deveriam ser divididas em grupos de 5, as crianças poderiam registrar:  $5 + 5 + 5 = 15$ , ou  $3 \times 5 = 15$ , ou ainda:  $15 - 5 - 5 - 5 = 0$ .

As pesquisas atuais têm confirmado que a formalização da divisão só terá significado para o estudante, quando ele for capaz de interpretar e solucionar de uma forma própria – com o conhecimento que já possui – as situações problemas vivenciadas. Com base na análise das diferentes soluções espontâneas produzidas pelas crianças, o professor encoraja o grupo a ampliar seus conhecimentos, aprendendo uma nova maneira de registrar a operação e, assim, introduz a nova notação com o uso do sinal da divisão. Pela discussão anterior, esse registro deve, inicialmente, se apoiar na divisão medida e, no exemplo citado das 15 bolinhas de gude, as crianças registrariam:

**15 : 5 = 3 sacos** (ou seja, 15 bolinhas divididas em grupinhos de 5 irão ocupar 3 sacos).

### A BRINCADEIRA DO COELHO SAI DA TOCA NA INTRODUÇÃO DA DIVISÃO -

Uma atividade muito apropriada para a introdução da divisão MEDIDA é a brincadeira do **Coelho Sai da Toca**, pois as crianças se dividem em grupinhos de 3, quando se organizam para a brincadeira (duas crianças formam a toca – de mãos dadas - e mais uma representa o coelho dentro da toca). A brincadeira, além de enfatizar a divisão pela lei do 3 (:3), valoriza o resto da divisão, que pode ser 1 ou 2 – números que correspondem às crianças que irão representar o(s) coelho(s) sem toca.

Consideremos essa brincadeira em uma turma de 2º ano que tenha 20 crianças. Pode-se alternar o comando: (1) *coelho sai da toca* - em que os coelhos trocam de toca e sempre restarão 2 coelhos sem toca; (2) *toca sai do coelho* - em que as duas crianças que restaram, formam uma toca que não possuirá coelho, e, por esse comando, os coelhos ficam imobilizados para que as tocas se desloquem (duplas de mãos dadas), buscando abrigar novos coelhos. Depois dos deslocamentos, uma toca permanecerá sem coelho.

Em uma turma de 20 crianças, com qualquer um desses comandos, elas observarão que formarão 6 tocas com coelhos e sobrarão 2 crianças – que ora serão os dois coelhos sem toca, ora a toca sem coelho.



Fonte: turma da professora Evilene Aragão Macedo

Se a intencionalidade do professor é a introdução da divisão, ao longo da brincadeira, ele deve questionar o grupo:

**Quantas crianças, ao todo, estão brincando de Coelho Sai da Toca? \_** 20 crianças.

**Como vocês se dividiram para brincar? Vocês se dividiram em grupinhos de quantas crianças?**

\_ Nos dividimos em grupos de 3.

**Quantas tocas com coelhos vocês formaram? \_** Formamos 6 tocas com coelho.

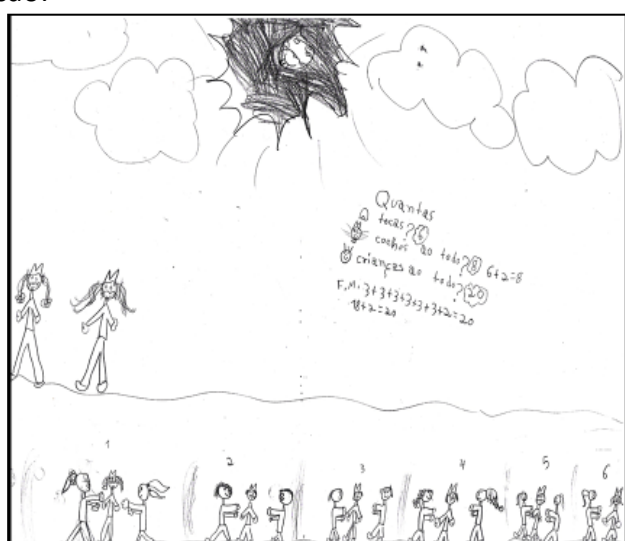
**Quantos colegas restaram fora das tocas? \_** Restaram 2 coelhos sem tocas.

**Podemos dizer que 20 crianças divididas em grupos de 3, formam 6 tocas com coelho e restam 2 coelhos sem toca? – Sim! Repitam, então ...**

Após a brincadeira no pátio, convém que as crianças sejam encorajadas a representar, com material de contagem, a organização do grupo durante a brincadeira (tampinhas de garrafas PET, por exemplo - uma tampinha, representando cada aluno). Essa representação simbólica é importante para apoiar a reflexão das crianças sobre suas ações, visando a elaboração de um texto coletivo sobre a brincadeira e a produção, individual, de desenhos sobre os agrupamentos realizados e a notação matemática correspondente.

A partir dos registros pelo desenho e análise dos agrupamentos por meio de notação aditiva e multiplicativa, o professor realiza mediações para introduzir a nova operação: a divisão.

A seguir, exemplo do relatório de uma criança na brincadeira e o possível registro coletivo para introduzir a divisão:



Quantas tocas? 6 tocas  
coelhos ao todo? 20  
crianças ao todo? 20  
F.M.:  $3+3+3+3+3+3+2=20$   
 $6 \times 3 + 2 = 20$   
 $18 + 2 = 20$

Estavam 20 crianças brincando de coelho sai da toca. Elas se dividiram em grupos de 3. Formaram 6 tocas com coelhos e sobraram 2 coelhos sem toca.

$$(3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3) + 2 = 20$$
$$(6 \times 3) + 2 = 20$$
$$18 + 2 = 20$$

**DIVISÃO:**  
 $20 : 3 = 6$  tocas com coelhos e sobram 2 coelhos sem toca.

$$\begin{array}{r} 20 \\ - 18 \\ \hline 2 \end{array} \begin{array}{l} 3 \\ 6 \end{array} \rightarrow \times$$

Fonte: desenho de uma aluna da turma do 1º ano da professora Evilene Aragão Macedo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A intencionalidade desse texto foi a de apresentar a diferenciação entre os dois significados da divisão (MEDIDA e PARTILHA) e esclarecer possibilidades para a introdução dessa operação junto às crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Na pasta DIVISÃO, do site Matemática da Minha Vida, disponibilizamos sequências didáticas e jogos que podem ser realizados para ampliar o conhecimento acerca dessa operação e de seu algoritmo. Sugerimos, ainda, a realização das atividades dos livros do 2º, 3º e 4º ano da Coleção **Matemática da Minha Vida** – Editora NEEMI, para a consolidação dos significados da divisão, o desenvolvimento de estratégias de cálculo e a construção do significado de seu algoritmo tradicional.

RANGEL, Ana Cristina Souza. **A CONSTRUÇÃO DA DIVISÃO NOS ANOS INICIAIS EM SEUS DOIS SIGNIFICADOS: MEDIDA E PARTILHA**. Porto Alegre: NEEMI EDITORA, 2019. Disponível no site: [matematicadaminhavidacom.com](http://matematicadaminhavidacom.com).